

Brechungsgesetz einmal anders

Aufgabentyp: selbstständige Erarbeitung und Transfer

Zielgruppe: 10. Schulstufe, SEK II

Zeitrahmen: 2 Unterrichtseinheiten

Inhaltliche Voraussetzungen: Längenmessung, Winkelfunktionen

Zusätzliche Informationen zu Räumlichkeiten, Sozialform, Methodik: Partner*innenarbeit,

Arbeitsmaterialien, Hilfsmittel: DIN-A4-Blätter, Lineal, Taschenrechner,
Schülerversuchsmaterial oder Simulation

Abstract

Das Brechungsgesetz soll mit Hilfe des Fermatschen Prinzips erarbeitet werden. Dazu wird ein Versuch auf einem Din A4-Blatt durchgeführt und im Anschluss die Ergebnisse auf Lichtstrahlen übertragen.

1. Ist der kürzeste Weg immer der schnellste?

Um diese Frage zu beantworten, stellen wir uns eine Situation am Strand vor. Betrachte Abbildung 1. Du sitzt am Punkt A am Strand und schaust aufs Meer hinaus. Ein Schrei lässt dich hochschrecken. Du siehst dich um und erkennst eine Person in Seenot. Sie befindet sich bei Punkt B.

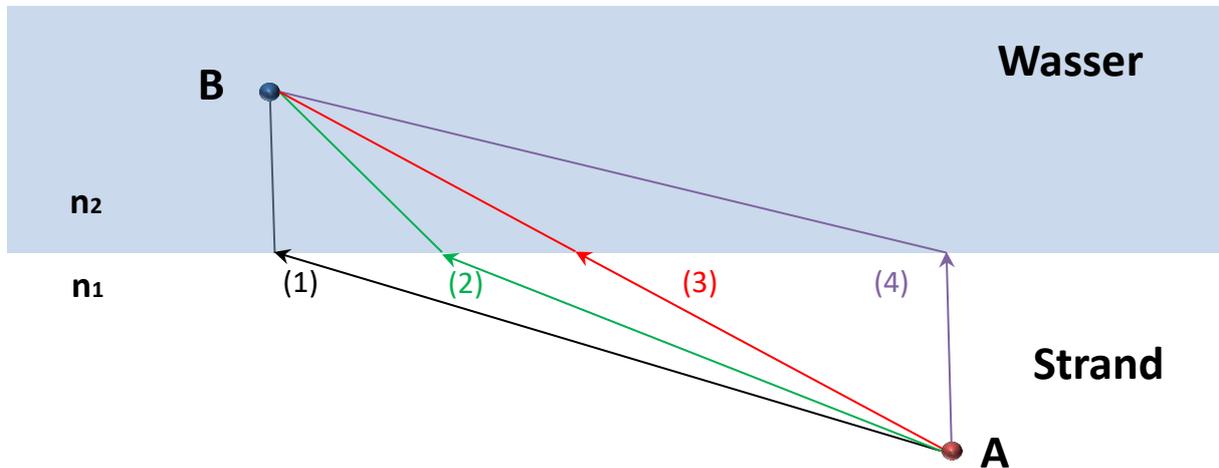


Abbildung 1: Auswahl möglicher Wege

Welchen Weg würdest du zuerst an Land und dann im Wasser wählen? Diskutiere mit deinem Nachbarn bzw. deiner Nachbarin. Schreibt eure Antwort auf und begründet diese.

2. Exakte Bestimmung des schnellsten Weges!

Gemeinsam überprüfen wir nun die verschiedenen Vermutungen mit Hilfe eines Versuchs auf einem Blatt Papier. Dazu zeichnen wir die Situation am Strand nach.

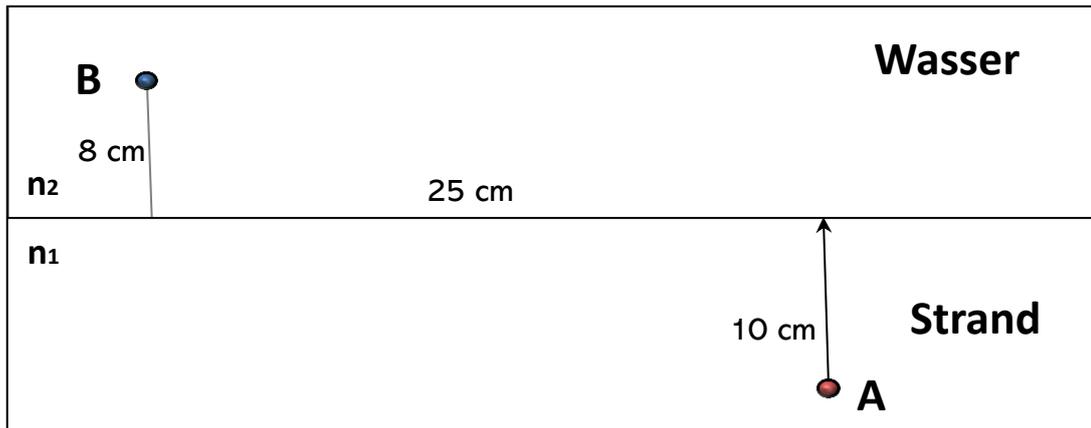


Abbildung 2: Vorlage

Versuchsdurchführung:

- Zeichne die Trennlinie und die Punkte A und B auf ein DIN-A4-Blatt.
- Trage einen Weg von A nach B ein (siehe Abb. 3)

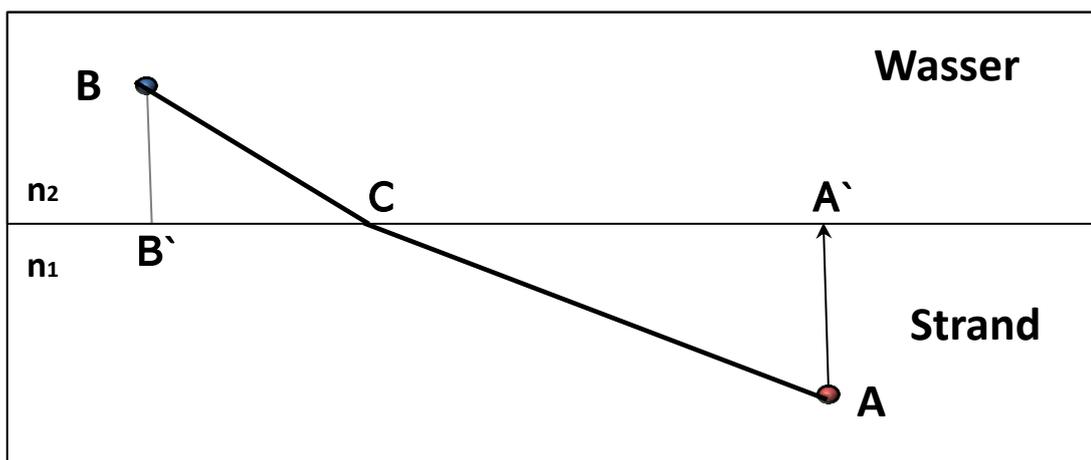


Abbildung 3: Zeichenvorlage

- Ermittle die Zeit, die ein Läufer für die Strecke benötigt. Für die Berechnung der Laufzeit nehmen wir an, dass die Geschwindigkeit am Strand $v_1 = 10\text{m/s}$ beträgt. Die Geschwindigkeit v_2 im Wasser ist dann $v_2 = \frac{v_1}{2} = 5\text{m/s}$! Aus $t = \frac{s}{v}$ folgt, dass man die Zeit ermitteln kann, indem man die Strecke von A nach C zum Doppelten der Strecke CB addiert. [Für Experten: Leite die Formel zur Berechnung der Zeit her!]
- Finde den schnellsten Weg. Fülle dazu die Tabelle auf der nächsten Seite für verschiedene Wege aus. Markiere den schnellsten Weg im Arbeitsblatt!

Länge AC	Länge CB	$Zeit = \frac{AC + 2 * CB}{v_1}$

Tabelle 1 zur Auffindung des schnellsten Weges mit $v_2 = v_1/2$

Verallgemeinerung

Wir untersuchen nun, welchen Einfluss das Verhältnis der Geschwindigkeiten auf den optimalen Weg (den mit der kürzesten Zeit) haben. Stelle eine Vermutung an, wie sich der schnellste Weg verändern wird!

- Nimm an, dass du an Land und im Wasser gleich schnell bist ($v_1 = v_2$). Verwende ein eigenes Blatt nach der Vorlage in Abbildung 2. Finde wieder den schnellsten Weg. Zeichne diesen Weg im Arbeitsblatt ein!

Länge AC	Länge CB	$Zeit = \frac{AC + CB}{v_1}$

Tabelle 2 zur Auffindung des schnellsten Weges mit $v_2 = v_1$

Lernaufgabe zur Entwicklung von Kompetenzen – Brechungsgesetz

- Nimm an, dass du an Land und im Wasser gleich schnell bist ($v_2 = \frac{v_1}{3}$). Verwende ein eigenes Blatt nach der Vorlage in Abbildung 2. Finde wieder den schnellsten Weg. Zeichne diesen Weg im Arbeitsblatt ein!

Länge AC	Länge CB	$Zeit = \frac{AC + 3 * CB}{v_1}$

Tabelle 3 zur Auffindung des schnellsten Weges mit $v_2 = \frac{v_1}{3}$

2.2 Mathematische Auswertung

Wir wollen den Einfluss der Geschwindigkeiten auf den optimalen Weg mathematisch untersuchen. Fülle die folgende Tabelle mit Hilfe der Abbildung 4 für den jeweils schnellsten Weg aus!

		AC	BC	CA'	CB'	a=CA'/AC	b=CB'/CB	a/b
Tabelle 2	$v_1 = v_2$							
Tabelle 1	$v_1 = 2v_2$							
Tabelle 3	$v_1 = 3v_2$							

Was fällt dir auf? Formuliere einen mathematischen Zusammenhang mit Hilfe der Winkel α und β !

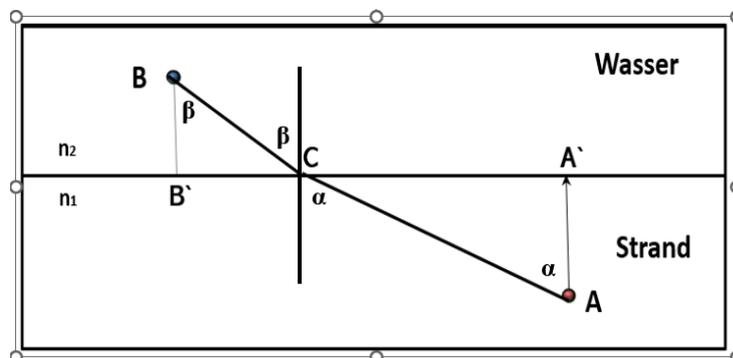


Abbildung 4: Hilfestellung

Stell dir vor, die Person in Seenot befindet sich an einem anderen Ort, aber auf derselben Linie CB (siehe Abbildung 2). Wie ändert sich der schnellste Weg? Was ändert sich, wenn A auf der Linie AC verschoben wird? Diskutiere mit deinem Nachbarn bzw. deiner Nachbarin. Schreibt eure Antwort auf und begründet diese!

3. Übertragung auf die Optik – Brechungsgesetz

Die gewonnenen Erkenntnisse werden nun auf die Optik übertragen. In der Optik entspricht der Weg des Rettungsschwimmers dem Weg, den ein Lichtstrahl zurücklegt.

Licht breitet sich in unterschiedlichen Materialien unterschiedlich schnell aus. Wie schnell es sich ausbreitet, wird durch den sogenannten Brechungsindex n bestimmt.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit v wird mit dieser Formel berechnet:

$$v = \frac{c}{n}$$

Mit c wird die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum bezeichnet.

Der französische Physiker Fermat hat das sogenannte Fermatsche Prinzip aufgestellt. Diesem Prinzip zufolge nimmt ein Lichtstrahl immer den Weg, für den er die kürzeste Zeit benötigt.

Auf einen Glaskörper mit $n = 1,5$ fallen zwei verschiedene Lichtstrahlen ein.

Mit den obigen Überlegungen können wir nun vorhersagen, welchen Weg der Lichtstrahl im Glaskörper wählt. Miss den Winkel α und berechne mit Hilfe der in 2.2 gefunden Formel den Winkel im Glaskörper! Was passiert mit dem unteren Strahl? Überprüfe deine Ergebnisse mit der Experimentierbox!

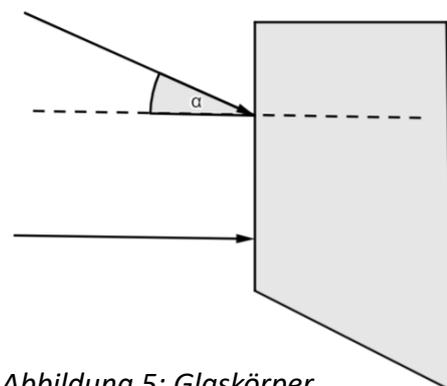


Abbildung 5: Glaskörper

Zusatzfrage: Was passiert, wenn der Strahl am hinteren Ende des Glaskörpers austritt? Zeichne deine Vermutung in der Abbildung ein!

Fachlicher Hintergrund:

Das Fermatsche Prinzip besagt, dass ein Lichtstrahl den optisch kürzesten Weg nimmt, also jenen Weg, für den das Licht die kürzeste Zeit benötigt. Dies ist ein Extremalprinzip, wie man es auch in vielen anderen Gebieten der Physik wiederfindet. Für die Reflexion innerhalb eines (homogenen) Mediums ist die kürzeste Zeit gleichzusetzen mit dem kürzesten Weg zwischen zwei Punkten. Dies entspricht einer Geraden, die entweder direkt verläuft oder wie bei der Reflexion an einem Spiegel, so dass Einfallswinkel und Ausfallswinkel gleich groß sind. Spannender wird dies im Zusammenhang mit dem Brechungsgesetz, wo unterschiedliche Geschwindigkeiten in den einzelnen Medien berücksichtigt werden müssen. Das Brechungsgesetz kann man mit Hilfe des Fermatschen Prinzips sehr anschaulich und einfach herleiten. Gefragt ist jener Weg zwischen zwei Punkten, für den die kürzeste Zeit benötigt wird. Die beiden Punkte befinden sich in unterschiedlichen Medien und der Brechungsindex bestimmt dabei die Geschwindigkeit des Lichtstrahls im entsprechenden Medium. Je größer der Brechungsindex ist, desto langsamer breitet sich der Lichtstrahl aus. Innerhalb eines Mediums ist die Gerade der optimale Weg mit kürzester Laufzeit. Die Frage ist als nur noch, an welchem Punkt der Übergang von Medium 1 zu Medium 2 stattfinden soll. Optimal ist dabei nicht, dass im optisch dichteren Medium (also dem mit großem Brechungsindex) die Strecke minimal wird, sondern dass ein bestimmter Winkel der Lichtstrahlen zum Lot vorliegt – $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$.

Analog kann man den Sachverhalt auch mit einem Rettungsschwimmer betrachten, der versucht einen untergehenden Schwimmer zu retten. Der Retter muss dabei zuerst ein Stück am Strand laufen, und dann durchs Wasser schwimmen, wobei er am Strand klarerweise, schneller ist als im Wasser. Dabei ist es weder optimal, direkt auf den Schwimmer zuzusteuern, noch zuerst auf kürzestem Weg zum Ufer zu laufen. Der optimale Weg ist durch das Brechungsgesetz gegeben, wobei $v=c/n$.

Bei dem Fermatschen Prinzip handelt es sich um ein Extremalprinzip. Das bedeutet, dass die Ausbreitung von Licht so vonstattengeht, dass sie „optimal“ ist – in diesem Fall heißt das, dass der Lichtstrahl jenen Weg wählt, für den er die kürzeste Zeit benötigt. Das bedeutet jetzt aber nicht, dass der Lichtstrahl weiß, was er machen soll bzw. tatsächlich alle Möglichkeiten ausprobiert - wir beschreiben das nur so. Diese Beschreibung hilft uns zu verstehen, was vor sich geht.

Solche Extremalprinzipien kommen immer wieder in der Natur vor bzw. können physikalische Gesetzmäßigkeiten so formuliert werden. Z.B. gibt es das Prinzip der minimalen Energie: In einer Schale nimmt eine Kugel jene Position ein, für die ihre (potentielle) Energie minimal ist (also ganz unten). Wasser bildet kugelförmige Tropfen, weil dadurch die Oberflächenenergie minimal wird (eine Kugel hat bei gegebenem Volumen von allen möglichen Körpern die kleinste Oberfläche – so wie ein Kreis bei gegebener Fläche den kleinsten Umfang hat). Auch die Form von durchhängenden Hochspannungsleitungen kann man so bestimmen. Diese ist dadurch gegeben, dass das Seil eine minimale (potentielle) Energie besitzt.

Anmerkungen zur Aufgabe

Die Auffindung des optimalen Weges ist nicht ganz einfach. Es macht Sinn, dass die Schüler*innen die Wege mit Bleistift einzeichnen. Vor allem sollte man darauf achten, dass die Schüler*innen wirklich für jeden Versuch ein neues Blatt verwendet und den schnellsten Weg markieren!

Die Herleitung der Formel für die Zeit zeigt, dass man die Weglänge mit dem Faktor, um den die Geschwindigkeit im Wasser langsamer ist multiplizieren muss.

$$t = \frac{s}{v} + \frac{s'}{v'} = \frac{s}{v} + \frac{s'}{\frac{v}{n}} = \frac{s}{v} + n \frac{s'}{v} = \frac{1}{v} (s + n \cdot s')$$

Die nebenstehende Tabelle beinhaltet die jeweils schnellsten Wege als Kontrolle für Lehrer*innen.

	AC	BC	A'C
$v_1 = v_2$	17,1	13,7	13,9
$v_1 = 2v_2$	23,1	9,0	20,9
$v_1 = 3v_2$	24,5	8,4	22,4

Schwierig ist der Schritt von der berechneten Weglänge zum Winkel. Bei der Auffindung des Brechungsgesetzes ist vielleicht Hilfe notwendig. Bei der im Abschnitt 2.2 ausgefüllten Tabelle kommt in der letzten Spalte das Verhältnis der Geschwindigkeiten heraus. Die Genauigkeit hängt von der Geduld der Schüler*innen ab. Auch bei Abweichungen erkennen die Schüler*innen, dass der Wert steigt und in etwa dem Faktor in der ersten Spalte entspricht. Dies sollte den Schluss auf die Sinusfunktion erleichtern.

Der Übergang vom Rettungsschwimmer zum Brechungsgesetz erfordert mehrere Schritte. Daher wurde am Anfang ein Schritt eingefügt, der einen Übergang vom Weg des Rettungsschwimmers zum Lichtstrahl darstellt. Als Abschluss der Aufgabe, soll dieser Übergang auch noch anhand eines Glaskörpers experimentell überprüft werden. Das kann auch als Demonstrationsexperiment vorgeführt werden. Falls keine Versuchsmaterial vorhanden ist kann auch eine Simulation verwendet werden (https://phet.colorado.edu/sims/html/bending-light/latest/bending-light_de.html).

Das gefundene Brechungsgesetz sollte mit weiteren Experimenten z.B. mit einer Hartlscheibe und Rechenaufgaben vertieft werden. Insbesondere wurde in der Aufgabe der Übergang vom langsameren in das schnellere Medium nicht besprochen, da hier keine neue Kompetenz erworben wird.

Klassifikation

1	E2	Ich kann einzeln oder im Team zu Vorgängen und Phänomenen in Natur, Umwelt und Technik Fragen stellen und Vermutungen aufstellen
	W3	Ich kann einzeln oder im Team Vorgänge und Phänomene in Natur, Umwelt und Technik in verschiedenen Formen (Grafik, Tabelle, Bild, Diagramm ...) darstellen, erklären und adressatengerecht kommunizieren
2.1	E3	Ich kann einzeln oder im Team zu Fragestellungen eine passende Untersuchung oder ein Experiment planen, durchführen und protokollieren
	E 4	Ich kann einzeln oder im Team Daten und Ergebnisse von Untersuchungen analysieren (ordnen, vergleichen, Abhängigkeiten feststellen) und interpretieren
2.2 2.3	E2	Ich kann einzeln oder im Team zu Vorgängen und Phänomenen in Natur, Umwelt und Technik Fragen stellen und Vermutungen aufstellen
3	W3	Ich kann einzeln oder im Team Vorgänge und Phänomene in Natur, Umwelt und Technik in verschiedenen Formen (Grafik, Tabelle, Bild, Diagramm ...) darstellen, erklären und adressatengerecht kommunizieren
	E4	Ich kann einzeln oder im Team Daten und Ergebnisse von Untersuchungen analysieren (ordnen, vergleichen, Abhängigkeiten feststellen) und interpretieren