

## Am schnellsten Weg von A nach B

**Aufgabentyp:** selbständige Erarbeitung

**Zielgruppe:** 8. Schulstufe, SEK I

**Zeitraumen:** 1 Unterrichtseinheit

**Inhaltliche Voraussetzungen:** Energieerhaltung

**Zusätzliche Informationen zu Räumlichkeiten, Sozialform, Methodik:** Physiksaal, Klasse

**Arbeitsmaterialien, Hilfsmittel:** biegbare Plastikschiene (z.B. Dardabahn, Matchboxschiene); Matchboxautos bzw. Murmeln

### LINKS

Videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=FAYWccuLVvY> (0:45 – 0:52)

<https://www.youtube.com/watch?v=Cld0p3a43fU> (1:35 – 2:06)

<https://www.youtube.com/watch?v=k6vXtjne5-c> (2:05 – 2:17)

Geogebra Apps:

<https://www.geogebra.org/m/eYZyKHhJ>

<https://www.geogebra.org/m/AhnktmMn>

Anleitung zum Selberbasteln:

<https://kinder.wdr.de/tv/wissen-macht-ah/bibliothek/dasfamoseexperiment/angeben/bibliothek-was-ist-eine-brachistochrone-100.html>

### Abstract

Anhand dieser Aufgabe wollen wir untersuchen, auf welchem Weg man am schnellsten von A nach B kommt. Das spielt im Winter beim Schifahren ebenso eine Rolle wie beim Skateboarden im Sommer. Dabei stehen das Aufstellen von Vermutungen und die Durchführung des Experimentes im Mittelpunkt. Mithilfe des Prinzips der Energieerhaltung soll das (überraschende) Ergebnis plausibel gemacht werden.



## 1. Brachistochrone („kürzeste Zeit“) - am schnellsten Weg von A nach B

Extremalprinzipien kommen immer wieder in der Natur vor und physikalische Gesetzmäßigkeiten können so formuliert werden.

Zum Beispiel gibt es das Prinzip der minimalen Energie: In einer Schale nimmt eine Kugel jene Position ein, für die ihre (potentielle) Energie minimal ist (also am Boden der Schüssel). Wasser bildet kugelförmige Tropfen, weil dadurch die Oberflächenenergie minimal wird. Eine Kugel hat bei gegebenem Volumen von allen möglichen Körpern die kleinste Oberfläche – so wie ein Kreis bei gegebener Fläche den kleinsten Umfang hat.

Wir schauen uns jetzt noch ein weiteres Beispiel für ein solches Extremalprinzip an. Dabei wollen wir uns überlegen, wie ein Spielzeugauto (bzw. eine Kugel) möglichst schnell von einem hoch gelegenen Startpunkt A zu einem tiefer gelegenen Endpunkt B kommt.

1.1 Partnerarbeit: Diskutiert, wie die Bahn aussehen muss, damit das Auto möglichst schnell ans Ziel kommt. Die Bahn kann jede beliebige Form haben, was z.B. durch biegbare Schienen erreicht werden kann.

Fertigt dazu eine Skizze an. Gehe entweder im Acrobat Reader auf Werkzeuge – Kommentieren – Stift (zwischen T und Radiergummi) oder verwende ein Blatt Papier. Begründet eure Entscheidung im Textfeld!

1.2 Im Plenum werden eure Lösungen gesammelt und diskutiert. Ausgewählte Gruppen präsentieren und begründen ihren Lösungsvorschlag.

1.3 Die Lösungsvorschläge werden im Demonstrationsexperiment mit Hilfe der Bahnen nachgebaut. Dabei halten SchülerInnen die Bahnen so, dass die Form der Bahn ausgebildet wird. Jeweils zwei Bahnen werden gleichzeitig so aufgebaut, dass die beiden Anfangs- und die beiden Endpunkte auf gleicher Höhe liegen. Nun werden die Autos (Kugeln) an den Anfangspunkten gleichzeitig losgelassen. Um zu zeigen, dass die Ergebnisse nicht von den Fahrzeugen abhängig sind, werden diese in einem zweiten Durchgang vertauscht. Die



## Lernaufgabe zur Entwicklung von Kompetenzen

„siegreiche“ Bahn kommt eine Runde weiter und wird dort mit der nächsten Bahn verglichen.

Arbeitsauftrag: Beobachte die Experimente und halte deine Beobachtungen schriftlich fest.



Foto: Wolfgang Dür



## 2. Qualitative Erklärung mit Hilfe der Energieerhaltung

Zu zeigen, was denn die optimale Bahn ist, ist gar nicht so einfach – das lernt ihr erst, wenn ihr vielleicht einmal Physik studiert. Aber ausprobieren kann man es trotzdem schon einmal. Mit Hilfe der Energieerhaltung kann man sich schon eine einleuchtende Begründung überlegen. Dasselbe Prinzip funktioniert auch beim Schifahren, mit einem Spielzeugbob oder in der Halfpipe mit eurem Skateboard oder Snowboard. Ihr könnt das also im Winter oder Sommer auch einmal selbst ausprobieren.

2.1 Um nachvollziehen zu können, welche Rolle die Energieerhaltung spielt, schauen wir uns zuerst an, was mit einer Murmel in einer Schüssel passiert. Diese lassen wir gemeinsam aus verschiedenen Höhen losrollen.

- Beschreibe, was du beobachtest!
- Was kannst du über die Geschwindigkeit der Kugel sagen?

2.2 Die potentielle Energie der Kugel, die abhängig von der Höhe ist, wird in Bewegungsenergie umgewandelt. In der Tat ist es so: Je größer der Unterschied der momentanen Höhe zur Anfangshöhe ist, desto größer ist die momentane Geschwindigkeit.

Mit dieser Einsicht ausgestattet, schauen wir uns die verschiedenen Bahnen 1-4 (siehe Skizze) des vorhergegangenen Experiments mit den Schienen an.

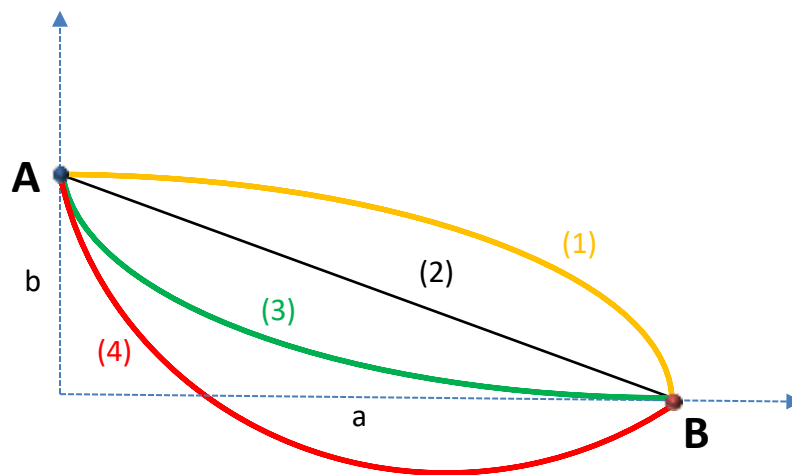
Diskutiere mit deinem Nachbarn die folgenden Fragen:

- An welcher Stelle bei den jeweiligen Bahnen erreicht das Auto (die Kugel) die Höchstgeschwindigkeit?
- Bei welcher Bahn ist die Maximalgeschwindigkeit am größten?
- Bei welcher Bahn ist die Geschwindigkeit beim Endpunkt am größten?
- Wie kann es sein, dass die Bahn 4 schneller durchlaufen wird, obwohl sie länger als



die anderen Bahnen ist?

Schreibe deine Antwort samt ausführlicher Begründung auf.



Im Anschluss werden im Plenum die Fragen diskutiert und geklärt.



### Anmerkungen für die Lehrperson

Zur Durchführung des Experiments werden flexible Schienen benötigt (Matchboxautos, Darda-Autos, Hot Wheels). Alternativ kann ein dickerer, flexibler Gartenschlauch aufgeschnitten werden. Wenn man nicht selber über die Materialien verfügt, kann im Vorfeld bei den SchülerInnen nachgefragt werden, ob jemand das in den Unterricht mitbringen kann.

Alternativ kann auch ein Applet zur Illustration verwendet werden:  
<https://www.geogebra.org/m/eYZyKHhJ>

Zu Aufgabe 1.3:

Sollte die optimale Bahn bei den Lösungsvorschlägen nicht dabei sein, bringt diese die Lehrperson (z.B. im Finale) ins Spiel. Besonders interessant ist das Ergebnis, wenn für den Horizontalabstand der beiden Punkte  $a$  und für den Vertikalabstand  $b$  gilt, dass  $a > \frac{\pi}{2}b$ , also z.B.  $a = 2b$ .

Im Anschluss an Aufgabe 1.3. kann eines (oder auch mehrere) der angegebenen Youtube-Videos angesehen werden.

Zu Aufgabe 2.2:

Es gilt an jeder Stelle:  $v = \sqrt{2g\Delta h}$ . Das kann man aus der Energieerhaltung  $mg\Delta h = \frac{mv^2}{2}$  herleiten, wobei  $\Delta h$  die Höhendifferenz bezeichnet. Die Geschwindigkeit hängt also nur von der Differenz der Anfangshöhe zur momentanen Höhe ab. Wir empfehlen diesen Zusammenhang vor Bearbeitung der Aufgabe gemeinsam zu thematisieren und nach Bearbeitung durch die SchülerInnen die einzelnen Punkte anhand der Energieerhaltung zu erklären.



**Klassifikation**

1	E1	Ich kann einzeln oder im Team zu Vorgängen und Phänomenen in Natur, Umwelt und Technik Beobachtungen machen oder Messungen durchführen und diese beschreiben
	E2	Ich kann einzeln oder im Team zu Vorgängen und Phänomenen in Natur, Umwelt und Technik Fragen stellen und Vermutungen aufstellen
2	E1	Ich kann einzeln oder im Team zu Vorgängen und Phänomenen in Natur, Umwelt und Technik Beobachtungen machen oder Messungen durchführen und diese beschreiben
	S1	Ich kann einzeln oder im Team Daten, Fakten und Ergebnisse aus verschiedenen Quellen aus naturwissenschaftlicher Sicht bewerten und Schlüsse daraus ziehen

